Permütasyon (Sıralama)

n ve r birer doğal sayı ve $n \geq r$ olmak üzere,
n elemanlı bir kümenin r elemanlı her bir sıralanışına bu kümenin r li permütasyonu denir.
n elemanlı bir kümenin tüm r li permütasyonlarının sayısı;
$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ dir. Ya da kısaca,

$P(n, r) = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)}_{r\ tane}$ yazılabilir.

- ✓ $P(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 210$
- ✓ $P(5, 2) = 5 \cdot 4 = 20$
- ✓ $P(6, 3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$
- ✓ $P(n+3, 2) = (n+3) \cdot (n+2)$
- ✓ n elemanlı bir kümenin tüm n li sıralanışlarının sayısı; $P(n, n) = n!$ dir.
- ✓ $P(5, 5) = 5! = 120$

Örnek

$P(n, 3) = 5 \cdot P(n-1, 2)$ olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm

$n \cdot \cancel{(n-1)} \cdot \cancel{(n-2)} = 5 \cdot \cancel{(n-1)} \cdot \cancel{(n-2)} \Rightarrow n = 5$ bulunur.

Örnek

Anne, baba ve 4 çocuklu bir aile yatay bir sıra boyunca anne ve baba yan yana olmak şartıyla kaç farklı şekilde sıralanabilirler?

Çözüm

$\underbrace{AB}_{1}\ Ç_1 Ç_2 Ç_3 Ç_4$

Anne ve baba yan yana olacağı için 1 kişi kabul edilirler. Anne ve baba 4 çocuk ile birlikte 5 kişi gibi kabul edilip 5! şekilde sıralanırlar. Anne ve baba da kendi aralarında 2! şekilde sıralanacağından sorunun cevabı, 5!.2! = 240 olur.

Tekrarlı Permütasyon

n_1 tanesi kendi aralarında özdeş, n_2 tanesi kendi aralarında özdeş, ..., n_r tanesi kendi aralarında özdeş olmak üzere $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$ tane nesnenin n li dizilişlerinin her birine tekrarlı permütasyon denir.

Bu şekilde n tane nesnenin farklı dizilişlerinin sayısı;
$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \ldots n_r!}$ bağıntısı ile hesaplanır.

Örnek

"KARKAS" kelimesindeki harfler kullanılarak anlamlı ya da anlamsız 6 harfli kaç farklı kelime yazılabilir?

Çözüm

2 tane K, 2 tane A tekrar etmektedir. Buna göre,

$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = \frac{720}{4} = 180$

Örnek

"MATEMATİK" kelimesindeki harfler kullanılarak anlamlı ya da anlamsız 9 harfli

a) T ile başlayıp E ile biten kaç farklı kelime yazılabilir?

b) "TEM" ile başlayan kaç kelime yazılabilir?

Çözüm

a) T yi başta ve E yi sonda sabit tutalım. **T**MAMATİK**E**
O halde, MAMATİK kelimesinde 2 tane M, 2 tane A olup

$\frac{7!}{2! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 720}{4} = 7 \cdot 180 = 1260$ kelime yazılabilir.

b) **TEM**ATİKMA, burada ATİKMA kelimesine göre,

$\frac{6!}{2!} = \frac{720}{2} = 360$ kelime yazılabilir.

Örnek

3300444 sayısındaki rakamlar kullanılarak 7 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

Çözüm

Verilen sayıdaki 7 rakamdan 2 tanesi 3, 2 tanesi 0 ve 3 tanesi 4 olduğundan

$\frac{7!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3!}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3!}} = 210$

Ancak sıfır ile başlayan sayılar 7 basamaklı olmadığından bu 210 tane 7 rakamlı sayı grubunun $\frac{5}{7}$ si 7 basamaklı sayı belirtir. O halde, $210 \cdot \frac{5}{7} = 150$ tane yazılabilir.

Özdeş Nesne Dağılımlarında Ayraç Ya da Virgül Yöntemi

Özdeş nesnelerin dağıtımında kullanılan bir yöntemdir.

✓ $r \geq n$ olmak üzere, r tane özdeş nesne n tane kutuya her bir kutuya istenildiği kadar koymak şartıyla,
$\binom{n+r-1}{n-1}$ farklı şekilde dağıtılabilir.

✓ $r \leq n$ olmak üzere, r tane özdeş nesne n tane kutuya her bir kutuya istenildiği kadar koymak şartıyla,
$\binom{n+r-1}{r}$ farklı şekilde dağıtılabilir.

✓ $r \geq n$ olmak üzere, r tane özdeş nesne n tane kutuya her bir kutuda en az bir tane nesne olacak şekilde,
$\binom{r-1}{n-1}$ farklı şekilde dağıtılabilir.

Örnek

5 özdeş kalem 3 çocuğa her birine istenildiği kadar vermek şartıyla kaç değişik biçimde dağıtabilir?

Çözüm

I. YOL:

5 kalemi 3 çocuğa dağıtmak için 2 ayraç kullanırız.

KK / KK / K örnek bir dağılım.

Yani soru aslında 5 özdeş kalem ve 2 özdeş ayracın farklı sıralanışlarının sayısı demektir.
Kalemler K ve ayraçlar A ile gösterilirse, **KKKKKAA** ifadesinin farklı sıralanışların sayısı sorunun cevabıdır.

$$\frac{7!}{5!.2!} = \frac{7.6.\cancel{5!}}{2.\cancel{5!}} = 21 \text{ bulunur.}$$

II. YOL:

Şimdi aynı soruyu yukarıda verilen ilk formüle göre yapalım.
$r = 5$ ve $n = 3$ olduğundan,

$$\binom{3+5-1}{3-1} = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21 \text{ bulunur.}$$

III. YOL: (Virgül Yöntemi)

3 çocuk a, b ve c olsun. Bu durumda,
$a+b+c=5$ dir. ($a=0,\ b=2,\ c=3$ olabilir. Yani $a,b,c \in N$)

Burada her üç harfe 1 eklenince her biri pozitif tam sayı olur ancak eşitliğin karşısına da 3 eklenmelidir.
$(a+1=x,\ b+1=y,\ c+1=z)$

$x+y+z=8 \quad (x,y,z \in Z^+)$

Şimdi elimizde 8 adet 1 var ve bu 1 leri 3 kişiye dağıtacağız.

1,1,1,1,1,1,1,1

8 adet 1 i ayırmak için 7 virgül kullanıyoruz. Bunları 3 kişiye dağıtmak için her hangi 2 yere virgül koymak yeterlidir.
O halde, 7 virgülden 2 virgül seçersek istenilen gerçekleşir.

İstenilen cevap, $\binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$ dir.

Örnek

4 özdeş oyuncak 6 çocuğa kaç değişik biçimde dağıtabilir?

Çözüm

Bilgi kutusundaki ikinci formülü uygulayabiliriz.
$r = 4$ ve $n = 6$

$$\binom{6+4-1}{4} = \binom{9}{4} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126 \text{ farklı şekilde dağıtılabilir.}$$

Örnek

10 özdeş kalem 3 çocuğa her birine **en az bir** kalem vermek şartıyla kaç değişik biçimde dağıtabilir?

Çözüm

I. YOL:

Bu sorudaki koşul gereği ilk önce her çocuğa birer kalem verelim. $10-3=7$ kalem kalır.
Daha sonra ilk örnekteki birinci yola benzer şekilde,kalan 7 kalemi 3 çocuğa 2 ayraç ile dağıtabiliriz.

KKKKKKKAA ifadesinin farklı yazılışlarının sayısı, tekrarlı permütasyonla aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{9!}{7!\cdot 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!} \cdot 2} = 36$$

II. YOL:

Şimdi aynı soruyu yukarıda verilen üçüncü formüle göre yapalım. $r = 10$ ve $n = 3$ olduğundan,

$$\binom{10-1}{3-1} = \binom{9}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2} = 36 \text{ bulunur.}$$

III. YOL: (Virgül Yöntemi)

K , K , K , K , K , K , K , K , K , K
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Her çocuğa en az bir kalem verilecektir. Her kalemi bir virgülle ayırdığımızda 10 kalem için 9 tane virgül yeterlidir. O halde 3 çocuğa bu kalemleri dağıtmak için 9 virgülden istediğimiz 2 virgülü seçmeliyiz.

K K / K K K K K / K K K

Yukarıda bir dağıtım örneği görülmektedir. Bu dağıtıma göre, Birinci çocuk 2, ikinci çocuk 5 ve üçüncü çocuk 3 kalem alır. Şimdi bu durumu kombinasyon olarak ifade edelim.
9 virgülden 2 seçim yapılacağına göre,

$$C(9,2)=\binom{9}{2}=\frac{9.8}{2}=36 \text{ bulunur.}$$

Örnek

a,b,c ve d birer doğal sayı olmak üzere,
$a+b+c+d=12$ eşitliğini sağlayan kaç farklı (a,b,c,d) sıralı dörtlüsü vardır?

Çözüm

I. YOL:

Bu soruyu, "12 tane özdeş 1 i, 4 farklı sayıya istenildiği kadar dağıtım yapmak şartıyla kaç farklı şekilde dağıtabiliriz?" biçiminde düşünebiliriz. 4 farklı sayı için 3 ayraç gereklidir.
12 özdeş 1 ve 3 ayraç sıralanışı, tekrarlı permütasyonla aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{15!}{12!.3!}=\frac{15.14.13.\cancel{12!}}{\cancel{12!}.3.2}=5.7.13=455$$

II. YOL: (Virgül Yöntemi)

$a+b+c+d=12 \quad (a,b,c,d\in N)$
$(a+1=x,\ b+1=y,\ c+1=z,\ d+1=t)$
$x+y+z+t=16 \quad \left(x,y,z,t\in Z^{+}\right)$

O halde, $\binom{15}{3}=\frac{15.14.13}{3.2.1}=5.7.13=455$ bulunur.

Örnek

$(x+y+z)^{15}$ açılımında kaç farklı terim vardır?

Çözüm

Açılımdaki herhangi bir terim, $k\cdot x^{a}\cdot y^{b}\cdot z^{c}$ biçimindedir.
Bu terimlerin her birindeki kuvvetler toplamı 15 olacağından, $a+b+c=15$ olur. O halde bu soruyu da yukarıdaki sorunun çözümü gibi düşünebiliriz.

Yani "15 tane özdeş 1 i, 3 farklı sayıya istenildiği kadar dağıtım yapmak şartıyla kaç farklı şekilde dağıtabiliriz?" biçiminde düşünebiliriz. 3 farklı sayı için 2 ayraç gereklidir.
15 özdeş 1 ve 2 ayraç sıralanışı, tekrarlı permütasyonla aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{17!}{15!.2!}=\frac{17.16.\cancel{15!}}{\cancel{15!}.2}=17.8=136$$

II. YOL: (Virgül Yöntemi)

$a+b+c=15 \quad (a,b,c\in N)$
$(a+1=x,\ b+1=y,\ c+1=z)$
$x+y+z=18 \quad \left(x,y,z\in Z^{+}\right)$

O halde, $\binom{17}{2}=\frac{17\cdot 16}{2}=136$ bulunur.

Örnek

4 madeni 1TL, 6 farklı kumbaraya her birine istenildiği kadar atılmak şartıyla kaç değişik biçimde atılabilir?

Çözüm

I. YOL:

4 tane özdeş 1 TL yi 6 farklı kumbaraya dağıtmak için 5 ayraç gereklidir. O halde paralar P ve ayraçlar A ile yazılırsa, **PPPPAAAAA** yazılışının farklı sıralanışları,

$$\frac{9!}{4!\cdot 5!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot \cancel{5!}}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot \cancel{5!}}=126$$

II. YOL: (Virgül Yöntemi)

$a+b+c+d+e+f=4 \quad (a,b,c,d,e,f\in N)$

(Sol tarafta 6 harfin her birine 1 eklenirse, sağda 4 e 6 eklenir.)
$x+y+z+t+m+n=10$
10 tane 1 için 9 virgül kullanılır. 6 ya ayırmak için 5 virgül seçilir.

O halde, $\binom{9}{5}=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=126$ bulunur.

Örnek

$a+b+c=16$ eşitliğini sağlayan kaç farklı (a,b,c) pozitif tam sayı üçlüsü vardır?

Çözüm

Elimizde 16 tane 1 var ve biz bu 1 leri a, b ve c değişkenlerine istediğimiz kadar dağıtacağız. Yani yan yana 16 tane 1 yazalım ve her birinin arasına virgül koyalım. 16 tane 1 için 15 virgül kullanılır. Sonra virgül yönteminde olduğu gibi bu 1 leri üç farklı sayıya dağıtmak için 2 virgül seçmek yeterli olacaktır.

O halde, $\binom{15}{2}=\frac{15\cdot 14}{2}=105$ bulunur.

Örnek

$a > b \geq c$ koşulunu sağlayan üç basamaklı kaç farklı abc doğal sayısı yazılabilir?

Çözüm

I. Durum: $a > b > c$ olsun. O halde, $\binom{10}{3} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$ dir.

II. Durum: $a > b = c$ olsun. O halde, $\binom{10}{2} = \dfrac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$ dir.

Yani toplamda $120 + 45 = 165$ sayı yazılabilir.

Ya da kısaca şu şekilde düşünebiliriz.

- ✓ $a > b > c$ durumu için $\binom{10}{3} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$
- ✓ $a > b \geq c$ durumu için $\binom{11}{3} = \dfrac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$
- ✓ $a \geq b \geq c$ durumu için $\binom{12}{3} - 1 = \dfrac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} - 1 = 219$

Örnek

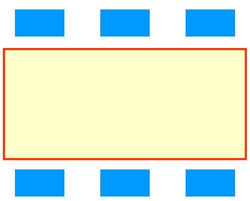
4 doktor 3 hemşire ve 2 mühendis yan yana duran 9 sandalye aynı meslekten olanlar yan yana oturmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

Çözüm

Aynı meslekten olanlar ayrılmayacağına göre, doktorları 1, hemşireleri 1 ve mühendisleri 1 kişi gibi düşünelim.
Bu durumda 3 kişinin yan yana oturma sayısı, $3! = 6$
Doktorlar kendi aralarında 4!
Hemşireler kendi aralarında 3!
Mühendisler kendi aralarında 2!
kadar yer değiştireceğinden, çarpma yoluyla saydığımızda toplam oturma sayısı, $3! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2!$ dir.

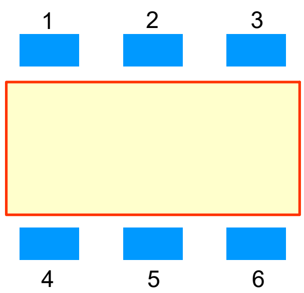
Örnek

Bir davete katılan Ayça, Büşra, Ceyda, Deniz, Erdem ve Furkan isimli altı arkadaş için etrafında 6 sandalye bulunan şekilde gösterilen bir masa ayrılmıştır.



Araları bozuk olan Ayça ve Büşra, bu masadaki yan yana olan sandalyelere de karşı karşıya olan sandalyelere de oturmak istememektedirler. Buna göre, bu altı arkadaş masa etrafındaki bu sandalyelere kaç farklı şekilde oturabilirler? (2019 - AYT)

Çözüm



Sandalyeleri numaralandıralım. Buna göre, istenmeyen durumlar; (1, 2) , (2, 3) , (4, 5) , (5, 6) , (1, 4) , (2, 5) , (3, 6) dır.

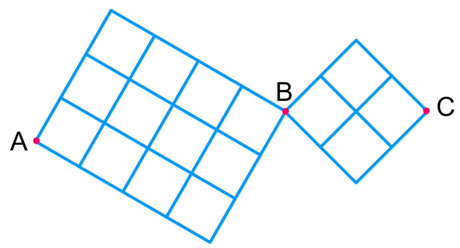
Yani 7 durum vardır. O halde yapılacak olan işlem tüm durumlardan istenmeyen durumları çıkarmaktır.

Tüm Durumlar $-$ İstenmeyen Durumlar

$= 6! - 7 \cdot 2! \cdot 4! = 720 - 336 = 384$ bulunur.

Örnek

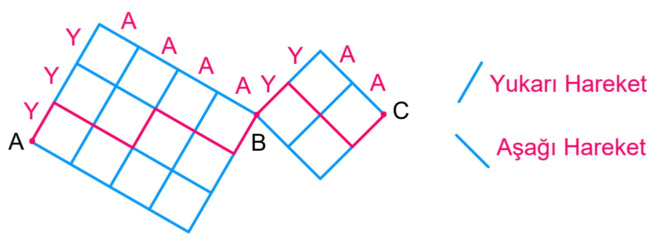
Aşağıdaki şekilde A ve C şehirleri arasında bulunan ve birbirini dik kesen yollar gösterilmiştir.



Buna göre, A dan C ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidilebilir?

Çözüm

$A \to B$ ve $B \to C$ şeklinde gideceğinden A dan B ye ve B den C ye gideceği yollar hesaplanıp çarpılacaktır.



$\dfrac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \dfrac{4!}{2! \cdot 2!} = 35 \cdot 6 = 210$ farklı şekilde gidilebilir

Kombinasyon (Seçme)

n ve r birer doğal sayı ve $n \geq r$ olmak üzere,
n elemanlı bir kümenin r elemanlı kombinasyonlarının sayısı;

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$ dir. Ya da kısaca,

$$\binom{n}{r} = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{\overbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots}^{r \text{ tane}}}{r!}$$ yazılabilir.

✓ $C(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!} \cdot \cancel{6}} = 35$

✓ $\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = 10$

✓ $\binom{6}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20$

Kombinasyon Özellikleri

1. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

2. $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

3. $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

4. $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$

5. $\binom{n}{r} = \binom{n}{k} \Rightarrow r = k$ veya $r + k = n$

6. $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$

Örnek

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 2 bulunur?

Çözüm

$\{ \underline{2}, \_\_, \_\_, \_\_ \}$

2 kümede olacağına göre, kalan 6 elemandan 3 eleman seçilecek.

$$\binom{6}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

Örnek

6 erkek ve 4 kız öğrenci arasından bilgi yarışmasına katılmak üzere 5 kişilik bir yarışma ekibi seçilecektir. Ekipte en az iki kız bulunacak biçimde kaç farklı şekilde seçim yapılabilir?

Çözüm

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{3} + \binom{4}{3} \cdot \binom{6}{2} + \binom{4}{4} \cdot \binom{6}{1} = 120 + 60 + 6 = 186$$

Örnek

Bir hava yolu şirketine ait bir uçağın sabah ve akşam gerçekleştireceği birer uçuş için iş tecrübeleri birbirinden farklı toplam 8 kabin çalışanı bulunmaktadır. Bu çalışanlardan her biri yalnızca bir ekipte yer alacak ve bu çalışanlar arasından en tecrübeli üç çalışan aynı ekipte olmayacak şekilde dörder kişilik iki uçuş ekibi oluşturulacaktır.

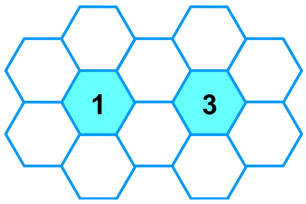
Buna göre, sabah ve akşam uçuş ekipleri kaç farklı şekilde oluşturulabilir? (2019 - TYT)

Çözüm

$$\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{3} + \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{2} = 30 + 30 = 60$$

Örnek

Aşağıda düzgün altıgen şeklindeki hücrelerden oluşturulmuş bir düzenek verilmiştir. Beyaz hücrelerin bazıları turuncu renge boyanacaktır.



Her bir mavi hücrenin içerisinde yazan sayı, o mavi hücre ile ortak kenarı olan ve turuncuya boyanacak toplam hücre sayısını göstermektedir.

Buna göre, hücreler kaç farklı biçimde boyanabilir?
(2017 - LYS)

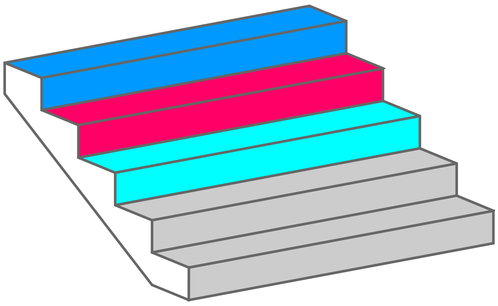
Çözüm

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{4}{3} + \binom{2}{1} \cdot \binom{4}{2} = 16 + 12 = 28$$

farklı biçimde boyanabilir.

Örnek

Beş basamaklı bir merdiven dört farklı renk kullanılarak aşağıdaki gibi boyanacaktır.



Buna göre, her bir renk en az bir basamakta kullanılmak koşuluyla bu merdiven kaç farklı şekilde boyanabilir?

Çözüm

$$\binom{5}{2}\cdot\binom{4}{1}\cdot 3! = 10\cdot 4\cdot 6 = 240$$

Örnek

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesinin elemanları kullanılarak $a < b < c$ koşulunu sağlayan kaç farklı üç basamaklı **abc** doğal sayısı yazılabilir?

Çözüm

$$\binom{8}{3} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1} = 56$$

Örnek

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin M ve N alt kümeleri için aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- $M = \{d, e, f\}$
- $s(M \cup N) = 5$

Buna göre, bu koşullara uygun kaç farklı N kümesi yazılabilir?

Çözüm

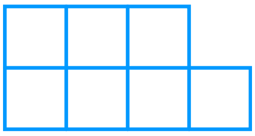
$M \cup N = \{d, e, f, -, -\}$

O halde N kümesine kalan 3 elemandan 2 si seçilecek ve $\{d, e, f\}$ den hiç biri, biri, ikisi veya üçü de seçilebilir.

$$\binom{3}{2}\cdot\left[\binom{3}{0}+\binom{3}{1}+\binom{3}{2}+\binom{3}{3}\right] = 3\cdot 2^3 = 3\cdot 8 = 24$$

Örnek

Şekilde 2 satır ve 7 hücreden oluşan bir tablo verilmiştir. Bu tablonun 4 hücresi maviye boyanarak desenler oluşturulacaktır.



Buna göre, her satırda en az bir tane boyalı hücre olacak biçimde kaç farklı desen oluşturulabilir? (2016 - LYS)

Çözüm

I. Yol: $\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{3}+\binom{3}{2}\cdot\binom{4}{2}+\binom{3}{3}\cdot\binom{4}{1} = 12+18+4 = 34$

II. Yol: $\binom{7}{4}-\binom{4}{4} = \binom{7}{3}-1 = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3!}-1 = 35-1 = 34$

Pelin; bir kafeteryaya ait, yalnızca sıcak içecekler kısmı yırtılmış olan aşağıdaki menüyü evinde buluyor.

Örnek

Pelin bu kafeteryayı arayıp "bir çeşit gözleme ve bir çeşit soğuk içecek" veya "bir çeşit poğaça ve bir çeşit sıcak içecek" siparişi vermek istiyor. Kafeterya çalışanı bu siparişi 22 farklı şekilde verebileceğini söylüyor.

Buna göre, bu kafeteryada kaç farklı sıcak içecek çeşidi vardır? (2017 - YGS)

Çözüm

$$\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{1}+\binom{2}{1}\cdot\binom{x}{1} = 22$$

$12 + 2x = 22 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$

1. Murat'ın 5 farklı roman kitabı ve 4 farklı hikaye kitabı vardır. Bunlardan birini okumak isteyen Murat kaç faklı şekilde seçim yapabilir?

A) 5 B) 9 C) 12 D) 15 E) 20

2. 4 farklı gömleği ve 3 farklı eteği olan bir öğrenci 1 gömlek ve 1 eteği kaç farklı şekilde seçebilir?

A) 3 B) 4 C) 7 D) 12 E) 15

3. A ve B şehirleri arasında 4 farklı yol, B ve C şehirleri arasında 2 farklı yol vardır. A dan hareket eden bir araç B ye uğramak üzere C ye kaç değişik yoldan gidebilir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. 3 farklı mektup 6 farklı posta kutusuna kaç değişik şekilde atılabilir?

A) 18 B) 36 C) 216 D) 560 E) 729

5. 3 farklı mektup 5 farklı posta kutusuna bir kutuya en çok bir mektup atılması koşuluyla kaç değişik şekilde atılabilir?

A) 15 B) 60 C) 90 D) 125 E) 243

6. 4 farklı oyuncak 6 çocuğa, bir çocuğa birden fazla oyuncak vermemek koşuluyla kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

A) 24 B) 64 C) 216 D) 360 E) 380

7. 25 kişilik bir sınıftan 1 başkan ve 1 başkan yardımcısı kaç değişik şekilde seçilebilir?

A) 49 B) 64 C) 82 D) 450 E) 600

8. 7 kişinin katıldığı bir sınav başarı yönünden kaç değişik şekilde sonuçlanabilir?

A) 24 B) 49 C) 64 D) 128 E) 256

9. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları ile yazılabilecek üç basamaklı sayılar küçükten büyüğe doğru sıralanıyor. Buna göre, baştan 78. sayı kaçtır?

A) 345 B) 354 C) 412 D) 413 E) 414

10. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları ile yazılabilecek beş basamaklı ve rakamları farklı tüm sayılar küçükten büyüğe doğru sıralanıyor. Buna göre, baştan 51. sayı kaçtır?

A) 31245 B) 31254 C) 31425 D) 32145 E) 3241

11. $A=\{0,1,2,3,4,5\}$ kümesinin elemanları ile üç basamaklı sayılar yazılacaktır.

a) Kaç sayı yazılabilir?

b) Kaç çift sayı yazılabilir?

c) 300 den küçük kaç sayı yazılabilir?

d) Rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

e) Rakamları farklı kaç çift sayı yazılabilir?

Aşağıda verilen cevapların hangi şıktaki soruya ait olduğunu belirtiniz. (Eşleme yapınız.)

[ ] $\rightarrow 72$ [ ] $\rightarrow 52$ [ ] $\rightarrow 180$

[ ] $\rightarrow 100$ [ ] $\rightarrow 90$

12. $A=\{0,1,2,3,4,5\}$ kümesinin elemanlarını kullanarak üç basamaklı, 9 ile tam bölünebilen ve rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 20

13. $1!+2!+3!+\ldots+47!$ toplamının birler basamağı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\dfrac{(n+2)!}{n!+(n+1)!}=6$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $\dfrac{(n-1)!}{(n-3)!}=30$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Namık Karayanık /// Düzeyli Sorularla Hedefe Doğru

16. $\dfrac{(n+1)!+n!}{(n+1)!-n!}=\dfrac{5}{3}$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. $69!-1$ sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

18. $0!+1!+2!+3!+\ldots+35!$ toplamının 12 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

19. $38!+39!$ toplamının sondan kaç basamağı sıfırdır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

20. a ve b birer doğal sayı olmak üzere,

$35!=8^a.b$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

CEVAP ANAHTARI: 1.B - 2.D - 3.C - 4.C - 5.B - 6.D - 7.E - 8.D - 9.D - 10.C - 11. a)180 b)90 c) 72 d) 100 e) 52
12.D - 13.C - 14.E - 15.E - 16.B - 17.D - 18.D - 19.C - 20.E

1. $P(n,3) = 3 \cdot P(n,2)$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $P(n+2, 2) + 16 = P(n+3, 2)$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $2 \cdot P(n, 2) + 50 = P(2n, 2)$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesindeki elemanların 3 lü permütasyonlarının kaç tanesinde c bulunur?

A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

5. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesindeki elemanların 3 lü permütasyonlarının kaç tanesinde a bulunur, b bulunmaz?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 32 E) 36

6. $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesindeki elemanların 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde 3 ve 7 bulunur?

A) 32 B) 72 C) 180 D) 240 E) 360

7. Aralarında Yusuf ve Hasan'ın bulunduğu 5 kişi düz bir sıraya Hasan Yusuf'un daima solunda bulunmak şartıyla kaç farklı şekilde sıralanabilirler?

A) 60 B) 78 C) 90 D) 96 E) 120

8. Birbirinden farklı 3 matematik ve 5 fizik kitabı bir rafa matematik kitapları bir arada olmak koşuluyla kaç türlü sıralanabilir?

A) 5!.3! B) 8! C) 6!.3! D) 2!.3!.5! E) 6!.2!

9. 4 kız ve 3 erkek öğrenci düz bir sıra boyunca her iki kız arasında bir erkek olacak şekilde kaç farklı durumda sıralanabilirler?

A) 4!.3! B) 7! C) 3!.3! D) 2!.3!.4! E) 7!.2!

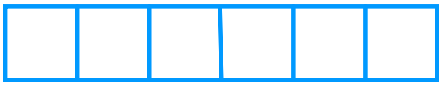
10. Aralarında Buse ve Ceren'in de bulunduğu 8 kişi yan yana duran sekiz sandalyeye Buse ve Ceren yan yana gelmemek şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 2.7! B) 6.7! C) $8! - 7!$ D) 2!.6! E) 7!.2!

11. 4 öğretmen, 3 doktor ve 2 mühendis yan yana duran 9 sandalyeye aynı meslekten olanlar birlikte ve doktorlar ortada olmak üzere, kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 144 B) 288 C) 576 D) 560 E) 720

12. Şekildeki kutular boyanacaktır. Yan yana olanlar aynı renk olmamak koşuluyla 5 farklı renk kullanılarak kaç farklı şekilde boyanabilir?



A) 5.4^5 B) 2^6 C) 4^6 D) 5.4^6 E) 5^6

13. **MARİFET** kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek, yedi harfli anlamlı ya da anlamsız, harfleri tekrarsız ve sessiz harfle başlayıp E harfi ile biten kaç farklı kelime yazılabilir?

A) 210 B) 324 C) 360 D) 480 E) 520

14. Aralarında Tarık ve Yavuz'un da bulunduğu 6 kişi yan yana fotoğraf çektireceklerdir. Tarık ile Yavuz arasında daima bir kişi olmak üzere kaç farklı şekilde sıralanabilirler?

A) 120 B) 132 C) 144 D) 180 E) 192

15. 3 kız ve 4 erkek öğrenci arka arkaya yerleştirilmiş üç ve dört kişilik iki koltuğa, kızlar bir arada olmak şartıyla kaç değişik şekilde oturabilirler?

A) 288 B) 324 C) 360 D) 432 E) 720

16. Aralarında Buse ve Ceren'in de bulunduğu 8 kişi yan yana duran sekiz sandalyeye Buse ve Ceren arasında yalnız belirli iki kişi bulunmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 340 B) 420 C) 480 D) 560 E) 720

17. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesindeki elemanlarla rakamları farklı ve 8 basamaklı sayılar yazılacaktır. Bunların kaç tanesinde herhangi iki tek sayı veya iki çift sayı yan yana gelmez?

A) 2.3!.3! B) 3!.4! C) 4!.4! D) 2.4!.4! E) 8!.2!

18. 5 doktor ve 3 hemşire düz bir sırada dizilerek herhangi iki hemşire yan yana gelmemek şartıyla kaç farklı şekilde fotoğraf çektirebilirler?

A) 20.6! B) 5!.3! C) 2.5!.3! D) 30.5! E) 8!.3!

19. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesindeki elemanlarla yazılan rakamları farklı 7 basamaklı sayıların kaç tanesinde tek rakamlar soldan sağa artan sıradadır?

A) 120 B) 144 C) 180 D) 210 E) 324

20. **BAKTERİ** kelimesinin harfleriyle yazılan 7 harfli ve harfleri farklı kelimelerin kaç tanesinde sesli harfler alfabetik sıradadır?

A) 144 B) 288 C) 420 D) 720 E) 840

1.B 2.D 3.C 4.D 5.A 6.D 7.A 8.C 9.A 10.B 11.C 12.A 13.D 14. E 15.D 16.C 17.D 18.A 19.D 20.E

1. $6.C(n, n-3) = C(2n, 1)$ eşitliğini sağlayan n sayma sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\binom{7}{1}+\binom{7}{2}+\binom{8}{3}+\binom{9}{4}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\binom{10}{3}$ B) $\binom{10}{4}$ C) $\binom{9}{5}$ D) $\binom{11}{3}$ E) $\binom{12}{3}$

3. 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı 4 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşit olan bir kümenin en çok 5 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

A) 115 B) 118 C) 120 D) 121 E) 127

4. $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 2 bulunur, 3 bulunmaz?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 20

5. 8 seçmeli dersten 3 tanesi aynı saatte verilmektedir. Bu derslerden 4 ders seçmek isteyen bir öğrenci ders seçimini kaç farklı şekilde yapabilir?

A) 25 B) 28 C) 32 D) 35 E) 40

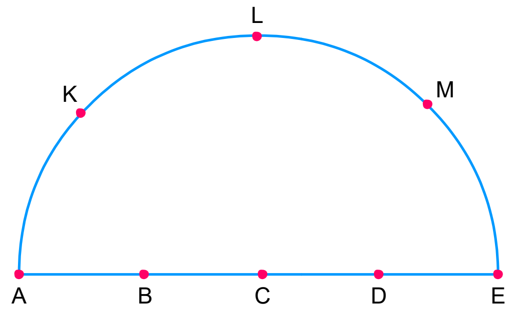
6. 6 evli çift arasından biri diğerinin eşi olmayan bir kadın ve bir erkek kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

7. Bir düzlem üzerinde bulunan 10 doğrudan 4 tanesi birbirine paraleldir. Geri kalanlardan 3 tanesi de bir A noktasından geçmektedir. Buna göre, bu doğruların en çok kaç kesişme noktası vardır?

A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

8. Aşağıdaki şekilde yarım çember üzerinde 8 nokta verilmiştir.



a) Köşeleri bu noktalar üzerinde olan kaç üçgen çizilebilir?

b) Bu noktalardan en çok kaç doğru geçer?

c) Köşeleri bu noktalar üzerinde ve bir köşesi B olan kaç tane üçgen çizilebilir?

9. 8 erkek ve 4 kız öğrenci arasından bilgi yarışmasına katılmak üzere 4 kişilik bir yarışma ekibi seçilecektir. Ekipte en az iki kız bulunacak biçimde kaç farklı şekilde seçim yapılabilir?

A) 180 B) 190 C) 196 D) 200 E) 201

10. Aynı düzlemde bulunan 8 farklı üçgen en fazla kaç noktada kesişebilir?

A) 120 B) 124 C) 132 D) 160 E) 168

11. Yarıçapları farklı 5 çember en fazla kaç noktada kesişebilir?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 22 E) 24

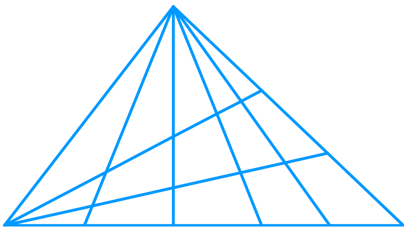
12. Bir sınavda sorulan 10 sorunun ilk dördünden en az üçünü cevaplandırmak koşuluyla **7** soru kaç değişik biçimde seçilebilir?

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 94

13. 9 kişiden belirli iki kişi aynı odada kalmamak koşulu ile bir oteldeki 4 ve 5 kişilik iki odaya kaç değişik biçimde yerleştirilebilir?

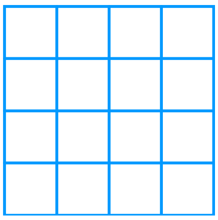
A) 62 B) 68 C) 70 D) 72 E) 74

14. Aşağıdaki şekilde kaç tane üçgen vardır?



A) 42 B) 45 C) 48 D) 60 E) 64

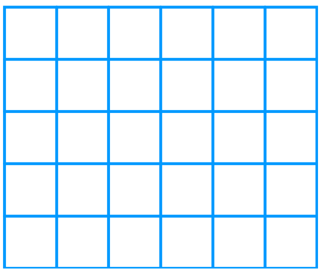
15. Aşağıdaki şekilde bir kenarı 4 birim olan ve birim karelere bölünmüş kare verilmiştir.



a) Şekilde kaç tane kare vardır?

b) Şekilde kaç tane dikdörtgen vardır?

16. Aşağıdaki şekilde kısa kenarı 5 birim ve uzun kenarı 6 birim olan, birim karelere bölünmüş dikdörtgen verilmiştir.



a) Şekilde kaç tane kare vardır?

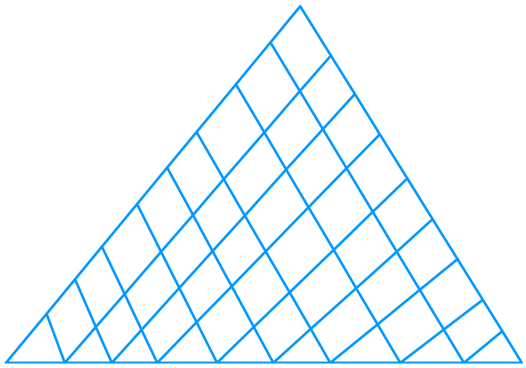
b) Şekilde kaç tane dikdörtgen vardır?

c) Bir kenarı 3 birim olan kaç tane kare vardır?

17. 7 evli çift arasından, aralarında sadece bir evli çift bulunan 4 kişilik bir ekip kaç farklı biçimde seçilir?

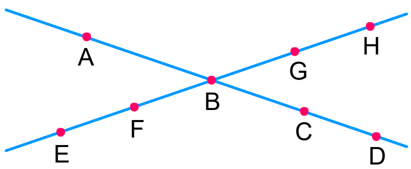
A) 240 B) 360 C) 420 D) 720 E) 840

18. Aşağıdaki şekilde kaç tane üçgen vardır?



A) 44 B) 45 C) 50 D) 62 E) 80

19. Köşeleri şekildeki 8 noktadan herhangi üçü olan kaç tane üçgen çizilebilir.

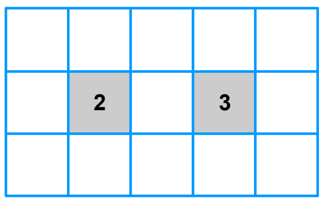


A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 46

20. Aralarında Merve ve Buse'nin de bulunduğu 8 kişilik bir grup arasından 4 kişilik yarışma ekibi oluşturulacaktır. Merve ve Buse birlikte olmaları durumunda ekibe katılacaklarsa bu ekip kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 15 B) 18 C) 24 D) 30 E) 32

21. Aşağıda on beş adet eş birim kareye ayrılmış bir dikdörtgen verilmiştir. Boyasız olan birim karelerden bazıları maviye boyanacaktır. Her bir gri hücrenin içerisinde yazan sayı, o gri hücre ile ortak kenarı olan ve maviye boyanacak toplam hücre sayısını göstermektedir.



Buna göre, boyasız olan birim kareler verilen koşula uygun kaç farklı şekilde boyanabilir?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 24 E) 30

22. $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ kümesinin elemanları kullanılarak $a < b < c < d$ koşulunu sağlayan kaç farklı dört basamaklı abcd doğal sayısı yazılabilir?

A) 25 B) 27 C) 35 D) 38 E) 40

Cevap Anahtarı: 1B - 2B - 3C - 4E - 5D - 6A - 7B - 8 a) 46 b) 19 c) 15 - 9E - 10E - 11C - 12C - 13C - 14D - 15 a) 30 b) 100
16 a) 70 b) 315 c) 12 17C - 18B - 19D - 20D - 21B - 22C