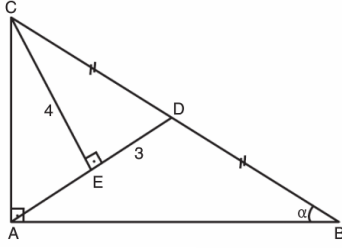


DİK ÜÇGENDE DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI

1.

ABC dik üçgen,



$[CA] \perp [AB]$, $[CE] \perp [AD]$,

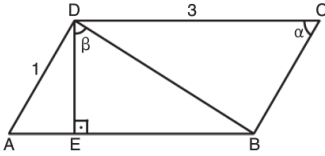
$|CD| = |DB|$, $|CE| = 4$ br,

$|ED| = 3$ br ve $m(\widehat{ABC}) = \alpha$

Buna göre, $\tan \alpha$ değeri kaçtır?

2.

ABCD paralelkenarında,



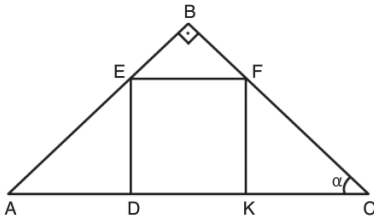
$|AD| = 1$ birim, $|DC| = 3$ birim, $[DE] \perp [AB]$ dir.

$m(\widehat{EDB}) = \beta$, $m(\widehat{DCB}) = \alpha$

Buna göre, $\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \tan \beta$ işleminin sonucu kaçtır?

3.

ABC bir dik üçgen ve DEFK bir karedir.



$|AC| = 9$ birim ve karenin bir kenarı 1 birimdir.

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$

olduğuna göre, $\tan \alpha + \cot \alpha$ toplamının değeri kaçtır?

TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = (1 - \cos x)(1 + \cos x)$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = (1 - \sin x)(1 + \sin x)$$

Ölçüleri toplamı 90° olan iki açıdan birinin sinüsü, diğerinin kosinüsüne, birinin tanjantı diğerinin kotanjantına eşittir.

$\alpha + \beta = 90^\circ$ ise

- $\sin \alpha = \cos \beta$
- $\tan \alpha = \cot \beta$ dir.

4.

$$1 + A = \frac{2 + \cos x - \cos^2 x}{2 \cos x + \sin^2 x - 1}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, A'nın en sade halini bulunuz.

5.

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre,

$$(1 - \sin x) \cdot (1 - \cos x)$$

çarpımının sonucu kaçtır?

6.

$$\sec \alpha + \tan \alpha = 6$$

olduğuna göre, $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

7.

$\sin \alpha > 0$ ve $\cos \alpha > 0$ olmak üzere

$$\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}}$$

ifadesi neye eşittir?

BİRİM ÇEMBER

Birim çember üzerindeki bir $P(x, y)$ noktası için $x^2 + y^2 = 1$ dir.

8.

α dar açı olmak üzere,

$$P(1 - \sin \alpha, \cos \alpha)$$

noktası birim çember üzerinde bir nokta olduğuna göre, P noktasının ordinatını bulunuz.

DERECE- RADYAN-ESAS ÖLÇÜ

$$\bullet \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

9.

a) $\frac{5\pi}{3}$ radyan kaç derecedir?

b) $\frac{3\pi}{2}$ radyan kaç derecedir?

c) 210° kaç radyandır?

d) 330° kaç radyandır?

10.

Aşağıda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

a) 1150°

b) -1000°

c) $\frac{17\pi}{2}$

d) $\frac{16\pi}{3}$

e) $-\frac{2\pi}{3}$

f) $-\frac{43\pi}{8}$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

- her α gerçel sayısı için,
 $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ ve $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ dir.
- \tan ve \cot $(-\infty, \infty)$ aralığında değer alır.

11.

$$\cos x - 2 \cdot \sin y + 1$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

ÖZEL DURUM

$f(x) = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x$ fonksiyonunun

en büyük değeri: $\sqrt{a^2 + b^2}$

en küçük değeri: $-\sqrt{a^2 + b^2}$ olur.

12.

$f(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

13.

$$A = (2 + \cot^2 2x)^2$$

olduğuna göre, A reel sayısının en küçük değeri kaçtır?

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İŞARETLERİ

14.

$a = \sin 190^\circ$, $b = \cos 120^\circ$, $c = \cot 110^\circ$ olduğuna göre, işaretleri belirleyiniz.

NOT: cosinüs çift fonksiyondur diğer trigonometrik fonksiyonlar tektir.

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

15.

$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \text{ olmak üzere,}$$

$$\tan x = \frac{1}{2} \text{ olduğuna göre, aşağıdakilerden}$$

hangisi pozitiftir?

A) $\cos x$

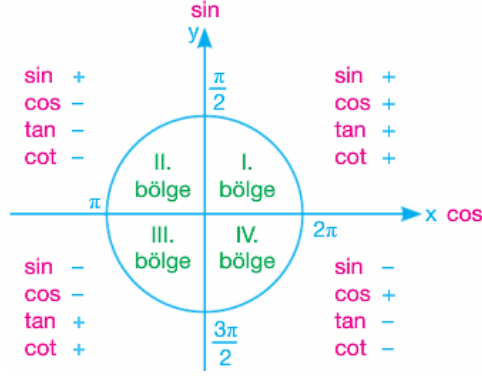
B) $\cot(-x)$

C) $\sin x + \cos x$

D) $\sin x \cdot \cos x$

E) $\sec x$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İŞARETLERİ



1.

$$\begin{aligned} a &= \cos 425^\circ \\ b &= \sin 125^\circ \\ c &= \tan 220^\circ \\ d &= \cot 290^\circ \end{aligned}$$

olduğuna göre, a, b, c ve d nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, +, + B) +, -, +, - C) -, +, +, -
D) +, +, -, - E) +, +, +, -

2.

$$\begin{aligned} a &= \cot 1200^\circ \\ b &= \sec 2310^\circ \\ c &= \sin 1760^\circ \end{aligned}$$

ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, + B) +, -, + C) -, -, +
D) -, +, - E) -, -, -

3.

$$x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right) \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\sin x$ kaçtır?

30-45-60 DERECELİK AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLAR

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
cot	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

4.

$$\frac{\sin 1110^\circ + \cos 780^\circ}{\tan \frac{25\pi}{4}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

5.

$$\frac{\sin 180^\circ + \cos 360^\circ}{\tan 180^\circ + \cos 90^\circ + \sin 270^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

NOT:

Ölçüleri toplamı 90° olan (tümler) iki açıdan birinin sinüsü, diğerinin kosinüsüne; birinin tanjantı, diğerinin kotanjantına eşittir.

O halde,

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \tan \alpha = \cot \beta \text{ dir.}$$

6.

$$\frac{\sin 25^\circ \cdot \cot 20^\circ}{\cos 65^\circ \cdot \tan 70^\circ}$$

- ifadesinin değeri kaçtır?

$$\alpha = \frac{\pi}{10} \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{\sin 3\alpha \cdot \tan 2\alpha}{\cos 2\alpha \cdot \cot 3\alpha}$$

- ifadesinin değeri kaçtır?

90°DEN BÜYÜK AÇILARIN 180° VE 360° YARDIMIYLA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

90° den büyük açıları 180° ve 360° yardımıyla dönüştürürken trigonometrik fonksiyonunun ismi değişmez, işareti incelenir.

7.

$$\frac{\sin 240^\circ}{\tan 315^\circ} + \cos 300^\circ$$

ifadesinin eşiti nedir?

8.

$$\frac{\tan(3\pi - \alpha) \cdot \cos(7\pi + \alpha)}{\sin(5\pi - \alpha)}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

90° DEN BÜYÜK AÇILARIN 90° VE 270° YARDIMIYLA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

90° den büyük bir açığı 90° ve 270° yardımıyla dönüştürürken trigonometrik fonksiyonun ismi değişir ve işareti incelenir.

9.

$$\frac{\tan 91^\circ}{\cot 1^\circ} + \frac{\sin 271^\circ}{\cos 1^\circ}$$

ifadesi neye eşittir?

10.

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} + \tan\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cot \alpha$ B) $\tan \alpha$ C) $-\cot \alpha$
D) $\cot \alpha - 1$ E) $\tan \alpha + 1$

SIRALAMA

Analitik düzlemin 1. Bölgesinde açı büyüdükçe sinüs ve tanjant değerleri büyür, cosinüs ve cotanjant değerleri küçülür.

★ α dar açı olmak üzere

$$\tan \alpha > \sin \alpha$$

$$\cot \alpha > \cos \alpha$$

11.

$$a = \sin 50^\circ \quad b = \tan 50^\circ$$

$$c = \tan 70^\circ \quad d = \sin 40^\circ$$

olduğuna göre, a, b, c, d yi sıralayınız.

12.

$$x = \cos 70^\circ, \quad y = \sin 70^\circ, \quad z = \tan 80^\circ$$

$$m = \cot 20^\circ, \quad n = \tan 110^\circ$$

olduğuna göre, x, y, z, m, n yi sıralayınız.

13.

$$a = \cos 1^\circ$$

$$b = \sec 1^\circ$$

$$c = \sin 40^\circ$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a=b>c$ B) $a>b>c$ C) $b>a>c$
D) $b>c>a$ E) $c>a=b$

NOT:

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

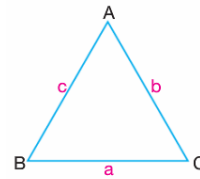
$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

14.

$$\frac{\sin(-300^\circ) + \cos(-150^\circ)}{\tan(-60^\circ)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

COSİNÜS TEOREMİ



Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c olmak üzere,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

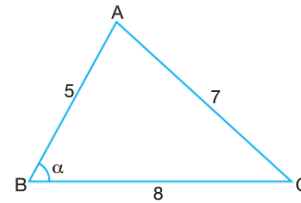
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$

bağıntıları vardır.

Bu bağıntıya **kosinüs teoremi** denir.

15.



ABC bir üçgen

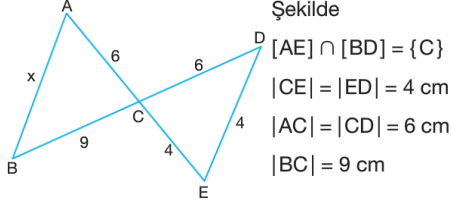
$$|AB| = 5 \text{ cm}$$

$$|AC| = 7 \text{ cm}$$

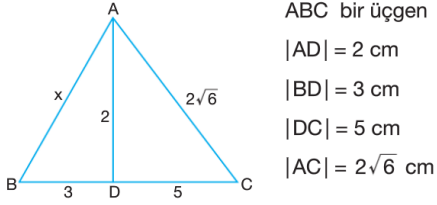
$$|BC| = 8 \text{ cm}$$

Yukarıda verilenlere göre, $m(\hat{ABC}) = \alpha$ kaç derecedir?

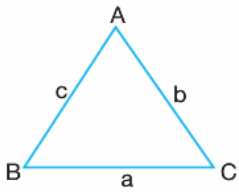
16.

Yukarıda verilenlere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

17.

Yukarıda verilenlere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

SİNÜS TEOREMİ



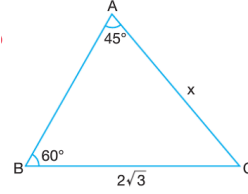
$$\frac{a}{\sin(\widehat{A})} = \frac{b}{\sin(\widehat{B})} = \frac{c}{\sin(\widehat{C})}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} a.b.\sin C$$

$$= \frac{1}{2} a.c.\sin B$$

$$= \frac{1}{2} b.c.\sin A$$

18.



ABC üçgeninde

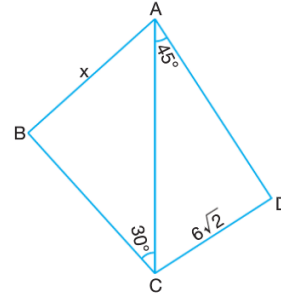
$$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$$

$$m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

$$|BC| = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

Yukarıda verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

19.



ABCD bir dörtgen

$$m(\widehat{CAD}) = 45^\circ$$

$$m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$$

$$|CD| = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$$

Yukarıda verilenlere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYOTLARI

•

$$f(x) = a + b \sin^m(cx + d)$$

$$g(x) = a + b \cos^m(cx + d)$$

fonksiyonlarının periyotları T olsun.

Bu durumda,

$$T = \begin{cases} \frac{2\pi}{|c|}, & m \text{ tek ise} \\ \frac{\pi}{|c|}, & m \text{ çift ise} \end{cases}$$

Not: $\sin x$ ve $\cos x$ fonksiyonlarının periyodu 2π
 $\tan x$ ve $\cot x$ fonksiyonlarının periyodu π dir.

•

$$f(x) = a + b \tan^m(cx + d)$$

$$g(x) = a + b \cot^m(cx + d)$$

fonksiyonlarının periyodu T olsun.

Bu durumda,

$$T = \frac{\pi}{|c|} \text{ dir.}$$

20. Aşağıdaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz

• $f(x) = 8 - 2 \cdot \cos^4(-3x + 30^\circ)$

• $f(x) = \sin^6\left(\frac{x+10}{4}\right)$

• $g(x) = 2 - \frac{3}{4} \tan^5\left(\frac{3-2x}{7}\right)$

• $f(x) = 3 \cot^6\left(\frac{2x + \frac{\pi}{3}}{5}\right)$

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1) ARCSİN

Sinüs fonksiyonunun bire bir ve örten olduğu aralıklardan biri $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığıdır.

$$\Rightarrow f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1], f(x) = \sin x$$

$$\Rightarrow f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \text{ olup } f^{-1}(x) = \arcsin x$$

fonksiyonuna sinüs fonksiyonunun tersi denir.

$$\sin x = y \Leftrightarrow x = \arcsin y \text{ dir.}$$

1.

$$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \arcsin(-1)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

-Pİ/3

2.

$$\sin(\arcsin x) = \frac{1}{2} \text{ olduğuna göre,}$$

$\arcsin(-2x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

-P/2

2) ARCCOS

Kosinüs fonksiyonunun bire bir ve örten olduğu aralıklardan biri $[0, \pi]$ aralığıdır.

$$\Rightarrow f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1], f(x) = \cos x$$

$$\Rightarrow f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi] \text{ olup, } f^{-1}(x) = \arccos x \text{ fonksiyonuna kosinüs fonksiyonunun tersi denir.}$$

$$\cos x = y \Leftrightarrow x = \arccos y \text{ dir.}$$

3.

$$\cot\left(\arccos\frac{4}{5}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

4. $\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 $\frac{1}{2}$

3) ARCTAN

Tanjant fonksiyonunun bire bir ve örten olduğu aralıklardan biri $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığıdır.

$\Rightarrow f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ olup, $f^{-1}(x) = \arctan x$ fonksiyonuna tanjant fonksiyonunun tersi denir.

$\tan x = y \Leftrightarrow x = \arctan y$ dir.

5. $\arctan(-1) + \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ toplamının değerini bulunuz.

4) ARCCOT

Kotanjant fonksiyonunun bire bir ve örten olduğu aralıklardan biri $(0, \pi)$ aralığıdır.

$f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cot x$

$\Rightarrow f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$ olup, $f^{-1}(x) = \text{arccot } x$ fonksiyonuna kotanjant fonksiyonunun tersi denir.

$\cot x = y \Leftrightarrow x = \text{arccot } y$ dir.

6. $\text{arccot}(3x - 1) = \arctan 4$ olduğuna göre, x kaçtır?

7. $\arctan\left(\cot\left(\frac{x}{2}\right)\right) = \frac{\pi}{6}$ olduğuna göre, x kaçtır?

8.

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{3-2x}{4}\right)$$

fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

9.

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctan x + 3$$

fonksiyonunun alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?